

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА «РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ»
ВАРИАНТ 1**

1. Решить численно дифференциальное уравнение $dy = (x^2 - 1)dx$ с начальными значениями $y(2) = 1$ на интервале от $x = 2$ до $x = 4$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 4$ с граничными условиями: $y(2) = 3.76$, $z(2) = 2.80$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 15$ с граничными условиями: $y(9) = 3.10$, $z(15) = 56.52$. Построить график функции.

4. Тело массой 5.2 кг и площадью поверхности 2.6 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 24.6 °С. Теплоемкость материала $1600.9 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 46.0 °С до 30.0 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным $429 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$.
5. Сфера диаметром 35.7 см, имеющая температуру 51.4 °С, для охлаждения была опущена в сосуд объемом 94 л, заполненный водой, имеющей температуру 29.5 °С. Плотность материала сферы — $2326.3 \text{ кг}/\text{м}^3$, теплоемкость — $1661.1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды равна $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$, теплоемкость воды — $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен $563 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить время, при котором разница между температурой воды и сферы равна 5 °С.

ВАРИАНТ 2

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = y^{2/3}$ с начальными значениями $y(4) = 4$ на интервале от $x = 4$ до $x = 12$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(4) = 3.67$, $z(4) = 1.52$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 8$ с граничными условиями: $y(4) = 3.55$, $z(8) = 38.04$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 21.404 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 5.35 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 22 минут?
5. Воронка имеет форму конуса радиусом $R = 24.2$ см и высотой $H = 44.9$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 1.2 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальные уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 3

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+y}$ с начальными значениями $y(3) = 1$ на интервале от $x = 3$ до $x = 7$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(9) = 4.62$, $z(9) = 0.64$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 8$ с граничными условиями: $y(2) = 2.47$, $z(8) = 30.28$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 10.624 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 6.58 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 22 минут?

5. Сфера диаметром 7.6 см, имеющая температуру 73.9 °С, для охлаждения была опущена в сосуд объемом 90 л, заполненный водой, имеющей температуру 38.4 °С. Плотность материала сферы — 5466.2 кг/м³, теплоемкость — 1589.4 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды равна 1000 кг/м³, теплоемкость воды — 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 455 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить время, при котором разница между температурой воды и сферы равна 5 °С.

ВАРИАНТ 4

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y^2)$ с начальными значениями $y(5) = 2$ на интервале от $x = 5$ до $x = 12$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(4) = 1.86$, $z(4) = 1.33$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(5) = 3.32$, $z(11) = 31.70$. Построить график функции.

4. Сосуд объемом 35.07 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 0.84 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения массы азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота
5. Сфера диаметром 39.2 см, имеющая температуру 97.5 °С, для охлаждения была опущена в сосуд объемом 130 л, заполненный водой, имеющей температуру 32.0 °С. Плотность материала сферы — 5593.6 кг/м³, теплоемкость — 1742.2 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды равна 1000 кг/м³, теплоемкость воды — 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 521 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить время, при котором разница между температурой воды и сферы равна 5 °С.

ВАРИАНТ 5

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = x \sin(x)$ с начальными значениями $y(9) = 5$ на интервале от $x = 9$ до $x = 19$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 10$ с граничными условиями: $y(4) = 2.27$, $z(4) = 4.67$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 15$ с граничными условиями: $y(8) = 0.60$, $z(15) = 15.39$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 16.619 л воды подают 6.78 раствор соли концентрацией 0.52 кг/л. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой (модель идеального смешения), и смесь вытекает с таким же расходом. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 28 минут?

5. В баке находится 81 л раствора, содержащего 16.7 кг соли. В бак втекает 7.9 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 126.9 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение массы соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

ВАРИАНТ 6

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \sqrt{2x+y+1}$ с начальными значениями $y(3) = 1$ на интервале от $x = 3$ до $x = 11$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(4) = 4.97$, $z(4) = 2.12$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x-y+z} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 16$ с граничными условиями: $y(8) = 2.68$, $z(16) = -18.99$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 56.1 + 0.9T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 10.6 см при температуре стенки с одной стороны равной 563 К и тепловом потоке 434.3 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.
5. В баке находится 117 л раствора, содержащего 21.3 кг соли. В бак втекает 7.4 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 108.5 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение массы соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

ВАРИАНТ 7

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x + 2y) \frac{dy}{dx} = 1$ с начальными значениями $y(1) = 2$ на интервале от $x = 1$ до $x = 11$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(4) = 3.27$, $z(4) = 4.77$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(6) = 0.04$, $z(14) = 21.77$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 105.2 + 0.9T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 5.4 см при температуре стенки с одной стороны равной 533 К и тепловом потоке 427.0 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.
5. В баке находится 83 л раствора, содержащего 15.3 кг соли. В бак втекает 7.8 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 116.8 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение массы соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

ВАРИАНТ 8

1. Решить численно дифференциальное уравнение $xy \frac{dy}{dx} = 1 - x^2$ с начальными значениями $y(3) = 1$ на интервале от $x = 3$ до $x = 7$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x+y+z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 16$ с граничными условиями: $y(7) = 4.46$, $z(7) = 3.23$.
Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(7) = 0.51$, $z(13) = 32.90$.
Построить график функции.

4. В баке находится 174.1 л раствора, содержащего 49.56 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 1.2 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с тем же расходом. Записать дифференциальные уравнения изменения массы соли. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 107 минут?

5. В прямоугольный бак сечением 35.5 см х 31.8 и высотой 62.9 см поступает 2.1 л в секунду. На дне имеется отверстие площадью 1.6см. За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

ВАРИАНТ 9

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$ с начальными значениями $y(5) = 5$ на интервале от $x = 5$ до $x = 13$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(8) = 1.36$, $z(8) = 0.95$.
Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x+y+z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(5) = 4.89$, $z(9) = 3.67$.
Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 29.520 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 2.71 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.1 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 18 минут?
5. Воронка имеет форму конуса радиусом $R = 24.4$ см и высотой $H = 48.4$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 1.2 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальные уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 10

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(1 + x^2)dy - 2xydx = 0$ с начальными значениями $y(7) = 3$ на интервале от $x = 7$ до $x = 10$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x - y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 16$ с граничными условиями: $y(8) = 3.18$, $z(8) = 1.04$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(3) = 3.28$, $z(11) = 14.20$. Построить график функции.

4. Сосуд объемом 33.50 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 1.19 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения массы азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота
5. В баке находится 115 л раствора, содержащего 15.0 кг соли. В бак втекает 5.4 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 109.0 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение массы соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

ВАРИАНТ 11

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x^2 + y^2)\frac{dy}{dx} = x + y$ с начальными значениями $y(3) = 1$ на интервале от $x = 3$ до $x = 9$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 19$ с граничными условиями: $y(9) = 0.13$, $z(9) = 2.22$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(6) = 3.62$, $z(12) = 7.29$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 81.9 + 0.8T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 12.9 см при температуре стенки с одной стороны равной 657 К и тепловом потоке 495.2 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

5. В прямоугольный бак сечением 52.0 см х 54.9 и высотой 103.9 см поступает 2.3 л в секунду. На дне имеется отверстие площадью 3.7 см². За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

ВАРИАНТ 12

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y}{x+y}}$ с начальными значениями $y(3) = 1$ на интервале от $x = 3$ до $x = 6$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(5) = 2.62$, $z(5) = 2.68$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ от $x = 8$ с граничными условиями: $y(1) = 4.20$, $z(8) = 10.45$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 29.525 л воды подают 4.51 раствор соли концентрацией 0.33 кг/л. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой (модель идеального смешения), и смесь вытекает с таким же расходом. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 28 минут?
5. Сфера диаметром 50.2 см, имеющая температуру 101.1 °С, для охлаждения была опущена в сосуд объемом 133 л, заполненный водой, имеющей температуру 27.1 °С. Плотность материала сферы — 5763.8 кг/м³, теплоемкость — 1601.4 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды равна 1000 кг/м³, теплоемкость воды — 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 544 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить время, при котором разница между температурой воды и сферы равна 5 °С.

ВАРИАНТ 13

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y}{x+y}}$ с начальными значениями $y(4) = 2$ на интервале от $x = 4$ до $x = 8$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ до $x = 6$ с граничными условиями: $y(2) = 0.18$, $z(2) = 4.74$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ до $x = 3$ с граничными условиями: $y(1) = 1.25$, $z(3) = 8.47$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 13.684 л воды подают 6.37 раствор соли концентрацией 0.66 кг/л. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой (модель идеального смешения), и смесь вытекает с таким же расходом. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 9 минут?
5. В баке находится 101 л раствора, содержащего 24.0 кг соли. В бак втекает 4.6 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 120.7 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение массы соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

ВАРИАНТ 14

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x + 2y)\frac{dy}{dx} = 1$ с начальными значениями $y(1) = 1$ на интервале от $x = 1$ до $x = 9$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(6) = 2.22$, $z(6) = 4.95$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(1) = 3.55$, $z(9) = 13.65$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 48.0 + 0.7T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 5.3 см при температуре стенки с одной стороны равной 739 К и тепловом потоке 342.7 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.
5. Воронка имеет форму конуса радиусом $R = 20.4$ см и высотой $H = 34.5$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 1.0 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальные уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 15

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x + 2y)\frac{dy}{dx} = \sqrt{xy}$ с начальными значениями $y(3) = 3$ на интервале от $x = 3$ до $x = 6$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(8) = 1.08$, $z(8) = 0.20$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^{1/3} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(8) = 3.60$, $z(12) = 79.95$. Построить график функции.

4. Сосуд объемом 34.28 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 0.93 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения массы азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота
5. При комнатной температуре 20°C в печь поместили заготовку массой 4.4 кг и поверхностью 2.7 м², после включения температура воздуха в печи равномерно увеличивалась на 3.0 градуса в минуту. Плотность материала заготовки — 2229.9 кг/м³, теплоемкость — 888.2 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$. Коэффициент теплопередачи между воздухом и металлом равен 521 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$. Определить через какое время металл нагреется до температуры 657 градусов

ВАРИАНТ 16

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dx}{dy} = y^2 \cos(x)$ с начальными значениями $y(8) = 1$ на интервале от $x = 8$ до $x = 10$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ до $x = 9$ с граничными условиями: $y(2) = 3.16$, $z(2) = 4.10$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ до $x = 9$ с граничными условиями: $y(1) = 0.47$, $z(9) = -1.09$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 66.5 + 0.8T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 13.7 см при температуре стенки с одной стороны равной 758 К и тепловом потоке 262.5 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.
5. В баке находится 125 л раствора, содержащего 11.5 кг соли. В бак втекает 6.4 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 122.9 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение массы соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

ВАРИАНТ 17

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x + 2y) \frac{dy}{dx} = 1$ с начальными значениями $y(8) = 1$ на интервале от $x = 8$ до $x = 14$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(2) = 3.43$, $z(2) = 3.33$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(7) = 4.72$, $z(13) = 12.50$. Построить график функции.

4. Тело массой 5.0 кг и площадью поверхности 3.1 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 22.9 °С. Теплоемкость материала 1925.6 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 57.6 °С до 28.6 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 382 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$.

5. В баке находится 121 л раствора, содержащего 13.0 кг соли. В бак втекает 7.4 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 115.2 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение массы соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

ВАРИАНТ 18

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\sqrt{4 - y^2}dx + y\sqrt{9 - x^2}dy = 0$ с начальными значениями $y(1) = 1$ на интервале от $x = 1$ до $x = 7$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(1) = 2.25$, $z(1) = 3.06$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 10$ с граничными условиями: $y(3) = 3.59$, $z(10) = 27.52$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 12.966 л воды подают 6.23 раствор соли концентрацией 0.56 кг/л. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой (модель идеального смешения), и смесь вытекает с таким же расходом. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 28 минут?
5. Воронка имеет форму конуса радиусом $R = 23.6$ см и высотой $H = 32.7$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 1.1 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальные уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 19

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y}{x+y}}$ с начальными значениями $y(5) = 3$ на интервале от $x = 5$ до $x = 12$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ до $x = 6$ с граничными условиями: $y(1) = 1.28$, $z(1) = 2.35$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ до $x = 9$ с граничными условиями: $y(7) = 0.99$, $z(9) = 6.58$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 17.429 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 5.37 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.1 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 7 минут?
5. Сфера диаметром 33.4 см, имеющая температуру 71.4 °С, для охлаждения была опущена в сосуд объемом 74 л, заполненный водой, имеющей температуру 38.4 °С. Плотность материала сферы — 5006.5 кг/м³, теплоемкость — $1047.4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды равна 1000 кг/м³, теплоемкость воды — $4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен $439 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить время, при котором разница между температурой воды и сферы равна 5 °С.

ВАРИАНТ 20

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x+2y)\frac{dy}{dx} = y^2$ с начальными значениями $y(5) = 4$ на интервале от $x = 5$ до $x = 10$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 5$ с граничными условиями: $y(2) = 0.27$, $z(2) = 2.51$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^{1/3} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(4) = 2.44$, $z(13) = 14.45$. Построить график функции.

4. Сосуд объемом 33.93 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 1.19 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения массы азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота

5. В баке находится 119 л раствора, содержащего 24.2 кг соли. В бак втекает 4.1 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 116.3 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение массы соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.