

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 ГРУППА 226-М3.2
ВАРИАНТ 1

1. Решить численно дифференциальное уравнение $x^2 + y^2 \frac{dy}{dx} = 1$ с граничными значениями $y(2) = 1$ на интервале от $x = 2$ до $x = 12$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 5$ с граничными условиями: $y(3) = 1.60$, $z(3) = 1.80$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 4$ с граничными условиями: $y(2) = 3.87$, $z(4) = 4.07$. Построить график функции.

4. Тело массой 7.1 кг и площадью поверхности 0.8 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 25.7 °С. Теплоемкость материала 1568.0 $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 49.0 °С до 32.8 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 324 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$.

ВАРИАНТ 2

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x + y}$ с граничными значениями $y(6) = 3$ на интервале от $x = 6$ до $x = 9$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 15$ с граничными условиями: $y(9) = 0.29$, $z(9) = 1.35$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 15$ с граничными условиями: $y(5) = 0.47$, $z(15) = -20813.99$. Построить график функции.

4. Сфера диаметром 10.9 см имеющая температуру 113.1 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 67 л, заполненным водой, имеющей температуру 33.8 °С. Плотность материала сферы 2609.3 кг/м³, теплоемкость 1000.5 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды 1000 кг/м³, теплоемкость 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 489 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

ВАРИАНТ 3

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x^2 - y)$ с граничными значениями $y(8) = 1$ на интервале от $x = 8$ до $x = 11$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z^{2/3} \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(3) = 3.51$, $z(3) = 3.02$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(9) = 3.43$, $z(13) = 5.16$. Построить график функции.

4. Тело массой 9.5 кг и площадью поверхности 2.1 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 28.6 °С. Теплоемкость материала 1581.4 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 110.3 °С до 34.2 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 481 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$.

ВАРИАНТ 4

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x + 2y)\frac{dy}{dx} = 1$ с граничными значениями $y(5) = 5$ на интервале от $x = 5$ до $x = 7$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ от $x = 4$ с граничными условиями: $y(1) = 1.41$, $z(1) = 0.12$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^{1/3} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(9) = 4.57$, $z(14) = 7.12$. Построить график функции.

4. Сфера диаметром 26.6 см имеющая температуру 68.1 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 68 л, заполненным водой, имеющей температуру 32.1 °С. Плотность материала сферы 3530.7 кг/м³, теплоемкость 1688.5 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды 1000 кг/м³, теплоемкость 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 575 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$.

Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы $5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

ВАРИАНТ 5

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x^2 - y)$ с граничными значениями $y(6) = 1$ на интервале от $x = 6$ до $x = 16$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(7) = 2.55$, $z(7) = 2.48$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(6) = 4.80$, $z(9) = 10.23$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 110.1 + 0.7T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 13.6 см при температуре стенки с одной стороны равной 668 К и тепловом потоке 229.5 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

ВАРИАНТ 6

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y^2)$ с граничными значениями $y(5) = 2$ на интервале от $x = 5$ до $x = 9$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(2) = 0.76$, $z(2) = 3.99$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 8$ с граничными условиями: $y(6) = 2.71$, $z(8) = 17.22$. Построить график функции.

4. Воронка имеет форму конуса радиуса $R = 18.6$ см и высотой $H = 45.2$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 1.1 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальное уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 7

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x^2+y^2)\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$ с граничными значениями $y(1) = 2$ на интервале от $x = 1$ до $x = 10$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(7) = 2.05$, $z(7) = 0.46$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 7$ с граничными условиями: $y(3) = 0.65$, $z(7) = 11.20$. Построить график функции.

4. Тело массой 6.5 кг и площадью поверхности 3.2 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 29.8 °С. Теплоемкость материала 2448.9 $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 97.1 °С до 37.3 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 581 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$.

ВАРИАНТ 8

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$ с граничными значениями $y(5) = 4$ на интервале от $x = 5$ до $x = 7$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 10$ с граничными условиями: $y(6) = 1.03$, $z(6) = 0.98$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 8$ с граничными условиями: $y(5) = 1.64$, $z(8) = -17.34$. Построить график функции.

4. Сосуд объемом в 46.54 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 1.30 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения концентрации азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота

ВАРИАНТ 9

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = y^{2/3}$ с граничными значениями $y(1) = 5$ на интервале от $x = 1$ до $x = 4$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ до $x = 12$ с граничными условиями: $y(2) = 0.96$, $z(2) = 3.92$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x+y+z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ до $x = 8$ с граничными условиями: $y(2) = 1.77$, $z(8) = 2.45$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 29.572 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 6.34 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 13 минут?

ВАРИАНТ 10

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x^2 - y)$ с граничными значениями $y(4) = 4$ на интервале от $x = 4$ до $x = 13$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(7) = 3.70$, $z(7) = 2.49$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x - y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 8$ с граничными условиями: $y(5) = 2.86$, $z(8) = 13.23$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 20.983 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 5.16 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 32 минут?

ВАРИАНТ 11

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(1+x^2)dy - 2xydx = 0$ с граничными значениями $y(1) = 4$ на интервале от $x = 1$ до $x = 9$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 17$ с граничными условиями: $y(9) = 1.11$, $z(9) = 1.82$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 10$ с граничными условиями: $y(4) = 1.85$, $z(10) = 16.00$. Построить график функции.

4. Воронка имеет форму конуса радиуса $R = 17.0$ см и высотой $H = 43.8$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 0.8 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальное уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 12

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ с граничными значениями $y(2) = 2$ на интервале от $x = 2$ до $x = 6$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(6) = 0.27$, $z(6) = 0.61$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 17$ с граничными условиями: $y(8) = 3.55$, $z(17) = 2.85$. Построить график функции.

4. В баке находится 95 л раствора, содержащего 21.4 кг соли. В бак втекает 5.8 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 96.1 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение концентрации соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

ВАРИАНТ 13

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ с граничными значениями $y(2) = 2$ на интервале от $x = 2$ до $x = 4$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 10$ с граничными условиями: $y(4) = 1.40$, $z(4) = 0.23$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 17$ с граничными условиями: $y(8) = 4.18$, $z(17) = 65.21$. Построить график функции.

4. Тело массой 9.5 кг и площадью поверхности 0.9 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 23.2 °С. Теплоемкость материала 2067.0 $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 108.2 °С до 28.6 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 419 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$.

ВАРИАНТ 14

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x + 2y)\frac{dy}{dx} = y^2$ с граничными значениями $y(9) = 4$ на интервале от $x = 9$ до $x = 18$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(8) = 0.25$, $z(8) = 2.94$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x - y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(9) = 3.59$, $z(14) = 25.21$. Построить график функции.

4. При комнатной температуре 20°C в печь поместили заготовку массой 6.9 кг и поверхностью 0.9 м², после включения температура воздуха в печи равномерно увеличивалась на 6.1 градусов в минуту. Плотность материала заготовки 5770.5 кг/м³, теплоемкость $684.9 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$. Коэффициент теплопередачи между воздухом и металлом равен $402 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Определить через какое время металл нагреется до температуры 725 градусов

ВАРИАНТ 15

1. Решить численно дифференциальное уравнение $dy = (x^2 - 1)dx$ с граничными значениями $y(8) = 1$ на интервале от $x = 8$ до $x = 11$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(3) = 1.66$, $z(3) = 3.13$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 7$ с граничными условиями: $y(3) = 2.81$, $z(7) = 7.65$. Построить график функции.

4. В прямоугольный бак сечением 30.0 см x 54.6 и высотой 46.9 см поступает 1.5 л в секунду. В дне имеется отверстие площадью 2.5см. За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

ВАРИАНТ 16

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$ с граничными значениями $y(3) = 5$ на интервале от $x = 3$ до $x = 12$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z^{2/3} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x+y+z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(5) = 4.75$, $z(5) = 2.92$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x-y+z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(6) = 0.60$, $z(9) = 0.93$. Построить график функции.

4. В прямоугольный бак сечением 30.1 см х 22.1 и высотой 110.6 см поступает 1.3 л в секунду. В дне имеется отверстие площадью 3.2см. За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

ВАРИАНТ 17

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y}{x+y}}$ с граничными значениями $y(5) = 1$ на интервале от $x = 5$ до $x = 7$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(8) = 0.93$, $z(8) = 0.26$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 6$ с граничными условиями: $y(2) = 2.41$, $z(6) = 4.38$. Построить график функции.

4. Сфера диаметром 52.7 см имеющая температуру 104.4 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 125 л, заполненным водой, имеющей температуру 32.4 °С . Плотность материала сферы 4220.7 кг/м³, теплоемкость 1784.0 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды 1000 кг/м³, теплоемкость 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 593 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

ВАРИАНТ 18

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x-1}$ с граничными значениями $y(1) = 2$ на интервале от $x = 1$ до $x = 7$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ до $x = 7$ с граничными условиями: $y(3) = 2.78$, $z(3) = 3.85$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ до $x = 10$ с граничными условиями: $y(7) = 0.42$, $z(10) = 19.96$. Построить график функции.

4. При комнатной температуре 20°C в печь поместили заготовку массой 3.8 кг и поверхностью 3.5 м², после включения температура воздуха в печи равномерно увеличивалась на 6.4 градусов в минуту. Плотность материала заготовки 5660.5 кг/м³, теплоемкость $644.1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$. Коэффициент теплопередачи между воздухом и металлом равен $749 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$. Определить через какое время металл нагреется до температуры 794 градусов

ВАРИАНТ 19

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y}{x+y}}$ с граничными значениями $y(4) = 4$ на интервале от $x = 4$ до $x = 7$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ от $x = 8$ с граничными условиями: $y(1) = 0.77$, $z(1) = 0.59$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(4) = 2.42$, $z(9) = 12.13$. Построить график функции.

4. В прямоугольный бак сечением 20.8 см x 46.7 и высотой 79.5 см поступает 2.4 л в секунду. В дне имеется отверстие площадью 3.8см. За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

ВАРИАНТ 20

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$ с граничными значениями $y(1) = 4$ на интервале от $x = 1$ до $x = 7$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z^{2/3} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 5$ с граничными условиями: $y(2) = 2.02$, $z(2) = 0.39$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(9) = 4.21$, $z(14) = 240.72$. Построить график функции.

4. Сосуд объемом в 45.10 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 0.95 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения концентрации азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота

ВАРИАНТ 21

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = x \sin(x)$ с граничными значениями $y(5) = 5$ на интервале от $x = 5$ до $x = 7$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 17$ с граничными условиями: $y(8) = 4.56$, $z(8) = 2.79$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 16$ с граничными условиями: $y(9) = 3.72$, $z(16) = 30.87$. Построить график функции.

4. Тело массой 6.1 кг и площадью поверхности 0.8 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 27.7 °С. Теплоемкость материала 2506.6 $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 102.8 °С до 33.4 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 503 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$.

ВАРИАНТ 22

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dx}{dy} = y^2 \cos(x)$ с граничными значениями $y(7) = 3$ на интервале от $x = 7$ до $x = 16$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(7) = 1.22$, $z(7) = 1.88$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 17$ с граничными условиями: $y(8) = 2.55$, $z(17) = 29.39$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 52.5 + 0.7T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 5.7 см при температуре стенки с одной стороны равной 790 К и тепловом потоке 258.8 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

ВАРИАНТ 23

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\sqrt{4 - y^2}dx + y\sqrt{9 - x^2}dy = 0$ с граничными значениями $y(8) = 5$ на интервале от $x = 8$ до $x = 11$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(9) = 0.51$, $z(9) = 4.70$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(8) = 0.29$, $z(14) = 4.74$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 10.811 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 5.63 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 25 минут?

ВАРИАНТ 24

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = x \sin(x)$ с граничными значениями $y(6) = 4$ на интервале от $x = 6$ до $x = 8$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(9) = 3.00$, $z(9) = 2.28$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 16$ с граничными условиями: $y(7) = 2.32$, $z(16) = 86.81$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 24.004 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 2.19 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.3 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 5 минут?

ВАРИАНТ 25

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ с граничными значениями $y(8) = 4$ на интервале от $x = 8$ до $x = 14$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(6) = 4.52$, $z(6) = 3.74$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(4) = 0.51$, $z(12) = 3.91$. Построить график функции.

4. Тело массой 8.3 кг и площадью поверхности 1.0 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 22.3 °С. Теплоемкость материала 1903.0 $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 93.5 °С до 32.0 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 445 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$.