

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 ГРУППА 1131-62
ВАРИАНТ 1

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x^2+y^2)\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$ с граничными значениями $y(2) = 1$ на интервале от $x = 2$ до $x = 5$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(2) = 1.18$, $z(2) = 4.31$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 16$ с граничными условиями: $y(7) = 3.86$, $z(16) = 105.84$. Построить график функции.

4. Сфера диаметром 45.3 см имеющая температуру 109.5 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 119 л, заполненным водой, имеющей температуру 34.4 °С . Плотность материала сферы 4212.0 кг/м³, теплоемкость 1171.8 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды 1000 кг/м³, теплоемкость 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 358 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

ВАРИАНТ 2

1. Решить численно дифференциальное уравнение $dy = (x^2 - 1)dx$ с граничными значениями $y(1) = 1$ на интервале от $x = 1$ до $x = 8$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(8) = 4.83$, $z(8) = 1.12$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 7$ с граничными условиями: $y(3) = 3.03$, $z(7) = 5.46$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 66.6 + 0.9T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 14.3 см при температуре стенки с одной стороны равной 654 К и тепловом потоке 294.8 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

ВАРИАНТ 3

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = x \sin(x)$ с граничными значениями $y(3) = 3$ на интервале от $x = 3$ до $x = 10$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 15$ с граничными условиями: $y(8) = 4.16$, $z(8) = 0.50$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ до $x = 5$ с граничными условиями: $y(1) = 0.33$, $z(5) = 7.88$. Построить график функции.

4. В баке находится 141.3 л раствора, содержащего 56.91 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 0.7 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальное уравнение изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 145 минут?

ВАРИАНТ 4

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x-1}$ с граничными значениями $y(9) = 1$ на интервале от $x = 9$ до $x = 17$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x-y+z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ до $x = 10$ с граничными условиями: $y(3) = 3.44$, $z(3) = 4.13$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x+y+z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ до $x = 7$ с граничными условиями: $y(4) = 0.89$, $z(7) = 13.20$. Построить график функции.

4. Сосуд объемом в 46.02 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 1.06 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения концентрации азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота

ВАРИАНТ 5

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = x \sin(x)$ с граничными значениями $y(6) = 4$ на интервале от $x = 6$ до $x = 13$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z^{2/3} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(6) = 4.12$, $z(6) = 2.13$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x+y+z} \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(9) = 2.04$, $z(12) = 33.25$. Построить график функции.

4. В баке находится 163.6 л раствора, содержащего 33.82 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 0.8 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальное уравнения изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 106 минут?

ВАРИАНТ 6

1. Решить численно дифференциальное уравнение $x^2 + y^2 \frac{dy}{dx} = 1$ с граничными значениями $y(9) = 2$ на интервале от $x = 9$ до $x = 16$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(7) = 0.75$, $z(7) = 4.53$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(3) = 4.28$, $z(11) = 59.30$. Построить график функции.

4. Сфера диаметром 14.2 см имеющая температуру 83.9 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 117 л, заполненным водой, имеющей температуру 31.5 °С. Плотность материала сферы 3564.4 кг/м³, теплоемкость 1401.6 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды 1000 кг/м³, теплоемкость 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 597 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

ВАРИАНТ 7

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$ с граничными значениями $y(2) = 2$ на интервале от $x = 2$ до $x = 5$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 17$ с граничными условиями: $y(7) = 0.33$, $z(7) = 0.37$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(9) = 2.83$, $z(14) = 0.48$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 21.576 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 4.41 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 11 минут?

ВАРИАНТ 8

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(1+x^2)dy - 2xydx = 0$ с граничными значениями $y(1) = 4$ на интервале от $x = 1$ до $x = 11$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(7) = 3.48$, $z(7) = 3.17$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(5) = 0.54$, $z(13) = -3.08$. Построить график функции.

4. Сфера диаметром 7.3 см имеющая температуру 100.0 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 101 л, заполненным водой, имеющей температуру 21.2 °С . Плотность материала сферы 4496.7 кг/м³, теплоемкость 1666.2 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды 1000 кг/м³, теплоемкость 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 419 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

ВАРИАНТ 9

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} - 2xy = 2xy^3$ с граничными значениями $y(5) = 2$ на интервале от $x = 5$ до $x = 12$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(5) = 0.76$, $z(5) = 1.71$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 16$ с граничными условиями: $y(7) = 2.99$, $z(16) = 28.87$. Построить график функции.

4. В прямоугольный бак сечением 41.9 см x 21.4 и высотой 94.8 см поступает 2.9 л в секунду. В дне имеется отверстие площадью 1.9см. За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

ВАРИАНТ 10

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dx}{dy} = y^2 \cos(x)$ с граничными значениями $y(8) = 4$ на интервале от $x = 8$ до $x = 13$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(6) = 0.01$, $z(6) = 1.56$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 10$ с граничными условиями: $y(4) = 4.72$, $z(10) = 88.19$. Построить график функции.

4. Сфера диаметром 16.2 см имеющая температуру 76.3 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 81 л, заполненным водой, имеющей температуру 26.0 °С. Плотность материала сферы 6262.0 кг/м³, теплоемкость 1093.9 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды 1000 кг/м³, теплоемкость 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 509 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

ВАРИАНТ 11

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \sqrt{2x + y + 1}$ с граничными значениями $y(3) = 2$ на интервале от $x = 3$ до $x = 7$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(5) = 3.11$, $z(5) = 4.89$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 17$ с граничными условиями: $y(7) = 3.87$, $z(17) = 8.88$. Построить график функции.

4. Воронка имеет форму конуса радиуса $R = 19.8$ см и высотой $H = 31.6$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 1.3 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальное уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 12

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x^2+y^2)\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$ с граничными значениями $y(8) = 3$ на интервале от $x = 8$ до $x = 15$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 14$ с граничными условиями: $y(7) = 1.53$, $z(7) = 0.47$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ до $x = 4$ с граничными условиями: $y(1) = 0.22$, $z(1) = 2.70$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 100.3 + 0.6T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 10.2 см при температуре стенки с одной стороны равной 661 К и тепловом потоке 430.2 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

ВАРИАНТ 13

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y^2)$ с граничными значениями $y(1) = 3$ на интервале от $x = 1$ до $x = 9$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ до $x = 11$ с граничными условиями: $y(4) = 4.63$, $z(4) = 4.93$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ до $x = 10$ с граничными условиями: $y(6) = 2.10$, $z(6) = 4.49$. Построить график функции.

4. В прямоугольный бак сечением 38.1 см x 45.0 и высотой 63.2 см поступает 1.3 л в секунду. В дне имеется отверстие площадью 2.0 см. За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

ВАРИАНТ 14

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y^2)$ с граничными значениями $y(7) = 3$ на интервале от $x = 7$ до $x = 16$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 7$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(7) = 4.15$, $z(7) = 3.22$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ от $x = 4$ с граничными условиями: $y(1) = 1.57$, $z(4) = 5.67$. Построить график функции.

4. Тело массой 5.8 кг и площадью поверхности 2.1 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 22.9 °С. Теплоемкость материала 2600.5 $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 111.0 °С до 30.0 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 490 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$.

ВАРИАНТ 15

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \sqrt{4x + 2y - 1}$ с граничными значениями $y(5) = 5$ на интервале от $x = 5$ до $x = 13$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 3$ от $x = 8$ с граничными условиями: $y(3) = 1.87$, $z(3) = 4.86$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(4) = 1.51$, $z(11) = 18.57$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 105.1 + 1.0T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 14.0 см при температуре стенки с одной стороны равной 765 К и тепловом потоке 364.2 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

ВАРИАНТ 16

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = \sin(x + y)$ с граничными значениями $y(6) = 2$ на интервале от $x = 6$ до $x = 13$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 10$ с граничными условиями: $y(2) = 2.74$, $z(2) = 4.54$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x+y+z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ до $x = 9$ с граничными условиями: $y(2) = 0.38$, $z(9) = 6.59$. Построить график функции.

4. Тело массой 7.3 кг и площадью поверхности 2.5 м² охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 29.9 °С. Теплоемкость материала 2199.6 $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$. Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 104.4 °С до 39.6 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 561 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$.

ВАРИАНТ 17

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y}{x+y}}$ с граничными значениями $y(7) = 3$ на интервале от $x = 7$ до $x = 12$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x+y+z} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ до $x = 15$ с граничными условиями: $y(8) = 3.52$, $z(8) = 3.81$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ до $x = 10$ с граничными условиями: $y(5) = 2.63$, $z(10) = 38.39$. Построить график функции.

4. Воронка имеет форму конуса радиуса $R = 19.8$ см и высотой $H = 33.3$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 1.1 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 18

1. Решить численно дифференциальное уравнение $x \frac{dy}{dx} + y = 0$ с граничными значениями $y(7) = 3$ на интервале от $x = 7$ до $x = 17$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ до $x = 16$ с граничными условиями: $y(6) = 4.53$, $z(6) = 3.49$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 1$ до $x = 3$ с граничными условиями: $y(1) = 1.72$, $z(3) = 4.42$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 18.565 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 4.09 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.1 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 24 минут?

ВАРИАНТ 19

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x^2+y^2)\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$ с граничными значениями $y(1) = 3$ на интервале от $x = 1$ до $x = 6$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 2$ от $x = 4$ с граничными условиями: $y(2) = 0.68$, $z(2) = 1.55$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 10$ с граничными условиями: $y(5) = 3.77$, $z(10) = 78.19$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 13.669 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 5.35 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 8 минут?

ВАРИАНТ 20

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x^2 - y)$ с граничными значениями $y(6) = 1$ на интервале от $x = 6$ до $x = 15$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 8$ с граничными условиями: $y(5) = 2.39$, $z(5) = 3.28$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 8$ от $x = 18$ с граничными условиями: $y(8) = 1.95$, $z(18) = 2.64$. Построить график функции.

4. Воронка имеет форму конуса радиуса $R = 24.5$ см и высотой $H = 44.4$ см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 0.9 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальное уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

ВАРИАНТ 21

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{1 + y^2} = \frac{dx}{\sqrt{x}}$ с граничными значениями $y(7) = 3$ на интервале от $x = 7$ до $x = 16$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 10$ с граничными условиями: $y(5) = 0.71$, $z(5) = 2.60$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 12$ с граничными условиями: $y(6) = 1.94$, $z(12) = 4.84$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 53.8 + 0.7T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 12.7 см при температуре стенки с одной стороны равной 540 К и тепловом потоке 452.9 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

ВАРИАНТ 22

1. Решить численно дифференциальное уравнение $dy = (x^2 - 1)dx$ с граничными значениями $y(4) = 5$ на интервале от $x = 4$ до $x = 9$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ до $x = 15$ с граничными условиями: $y(5) = 1.38$, $z(5) = 1.05$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ до $x = 15$ с граничными условиями: $y(9) = 1.05$, $z(15) = 6.37$. Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 21.502 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 2.23 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.1 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 29 минут?

ВАРИАНТ 23

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(x+2y)\frac{dy}{dx} = \sqrt{xy}$ с граничными значениями $y(6) = 5$ на интервале от $x = 6$ до $x = 11$. Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 9$ с граничными условиями: $y(4) = 4.27$, $z(4) = 1.74$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 4$ от $x = 7$ с граничными условиями: $y(4) = 3.17$, $z(7) = 3.90$. Построить график функции.

4. Сфера диаметром 8.8 см имеющая температуру 107.7 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 118 л, заполненным водой, имеющей температуру 35.0 °С. Плотность материала сферы 3183.1 кг/м³, теплоемкость 1657.1 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, плотность воды 1000 кг/м³, теплоемкость 4200 $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$, коэффициент теплоотдачи равен 362 $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$. Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

ВАРИАНТ 24

1. Решить численно дифференциальное уравнение $(1 + \sqrt{x})dx = xydy$ с граничными значениями $y(6) = 2$ на интервале от $x = 6$ до $x = 11$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x - y + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 15$ с граничными условиями: $y(5) = 4.93$, $z(5) = 0.38$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от $x = 6$ от $x = 11$ с граничными условиями: $y(6) = 1.95$, $z(11) = 24.76$. Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры: $\lambda = 39.3 + 0.8T$. Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 11.5 см при температуре стенки с одной стороны равной 590 К и тепловом потоке 357.4 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

ВАРИАНТ 25

1. Решить численно дифференциальное уравнение $\frac{dy}{dx} = \cos(x^2 - y)$ с граничными значениями $y(1) = 5$ на интервале от $x = 1$ до $x = 8$. Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от $x = 5$ от $x = 13$ с граничными условиями: $y(5) = 3.22$, $z(5) = 1.69$. Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от $x = 9$ от $x = 18$ с граничными условиями: $y(9) = 3.82$, $z(18) = 16.54$. Построить график функции.

4. В баке находится 252.5 л раствора, содержащего 39.76 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 0.8 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальное уравнения изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 134 минут?