

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 ГРУППА 113161**  
**ВАРИАНТ 1**

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = x \sin(x)$  с граничными значениями  $y(3) = 3$  на интервале от  $x = 3$  до  $x = 13$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  до  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(3) = 1.27$ ,  $z(3) = 1.79$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  до  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(5) = 0.07$ ,  $z(12) = 6.78$ . Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры:  $\lambda = 111.2 + 0.9T$ . Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 6.8 см при температуре стенки с одной стороны равной 606 К и тепловом потоке 248.0 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

**ВАРИАНТ 2**

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{4x + 2y - 1}$  с граничными значениями  $y(3) = 3$  на интервале от  $x = 3$  до  $x = 9$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 4$  с граничными условиями:  $y(2) = 1.25$ ,  $z(2) = 2.40$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 9$  с граничными условиями:  $y(5) = 0.77$ ,  $z(9) = 7.03$ . Построить график функции.

4. Сфера диаметром 36.4 см имеющая температуру 102.9 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 130 л, заполненным водой, имеющей температуру 25.6 °С. Плотность материала сферы 5032.9 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 1003.3  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , плотность воды 1000 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 4200  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , коэффициент теплоотдачи равен 566  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ . Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

### ВАРИАНТ 3

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y^2)$  с граничными значениями  $y(1) = 2$  на интервале от  $x = 1$  до  $x = 7$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(7) = 3.06$ ,  $z(7) = 2.70$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 4$  с граничными условиями:  $y(2) = 4.99$ ,  $z(4) = 5.70$ . Построить график функции.

4. В баке находится 223.0 л раствора, содержащего 43.53 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 1.0 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальное уравнения изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 191 минут?

#### ВАРИАНТ 4

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$  с граничными значениями  $y(1) = 3$  на интервале от  $x = 1$  до  $x = 9$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 1$  от  $x = 3$  с граничными условиями:  $y(1) = 1.49$ ,  $z(1) = 4.04$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 1$  от  $x = 3$  с граничными условиями:  $y(1) = 0.55$ ,  $z(3) = 3.89$ . Построить график функции.

4. Сфера диаметром 27.4 см имеющая температуру 78.1 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 76 л, заполненным водой, имеющей температуру 38.1 °С. Плотность материала сферы 4647.0 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 1527.2  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , плотность воды 1000 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 4200  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , коэффициент теплоотдачи равен 323  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ .

Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### ВАРИАНТ 5

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = x + y$  с граничными значениями  $y(7) = 4$  на интервале от  $x = 7$  до  $x = 12$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 10$  с граничными условиями:  $y(2) = 2.31$ ,  $z(2) = 0.77$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 9$  от  $x = 13$  с граничными условиями:  $y(9) = 1.13$ ,  $z(13) = 6.35$ . Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 19.946 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 6.89 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.3 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 7 минут?

### ВАРИАНТ 6

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{1 + y^2} = \frac{dx}{\sqrt{x}}$  с граничными значениями  $y(7) = 2$  на интервале от  $x = 7$  до  $x = 17$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  от  $x = 16$  с граничными условиями:  $y(6) = 4.05$ ,  $z(6) = 2.35$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 1$  от  $x = 4$  с граничными условиями:  $y(1) = 1.85$ ,  $z(4) = 18.70$ . Построить график функции.

4. Сфера диаметром 29.1 см имеющая температуру 79.9 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 95 л, заполненным водой, имеющей температуру 21.2 °С. Плотность материала сферы 3744.2 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 1524.6  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , плотность воды 1000 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 4200  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , коэффициент теплоотдачи равен 492  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ . Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

## ВАРИАНТ 7

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dx}{dy} = y^2 \cos(x)$  с граничными значениями  $y(2) = 4$  на интервале от  $x = 2$  до  $x = 4$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 6$  с граничными условиями:  $y(4) = 0.83$ ,  $z(4) = 2.04$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 10$  с граничными условиями:  $y(4) = 3.29$ ,  $z(10) = 289.88$ . Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 26.298 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 3.61 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.1 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 13 минут?

### ВАРИАНТ 8

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y}{x+y}}$  с граничными значениями  $y(6) = 5$  на интервале от  $x = 6$  до  $x = 10$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 10$  с граничными условиями:  $y(3) = 2.42$ ,  $z(3) = 0.46$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^{1/3} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 10$  с граничными условиями:  $y(7) = 4.18$ ,  $z(10) = 24.94$ . Построить график функции.

4. В баке находится 83 л раствора, содержащего 19.2 кг соли. В бак втекает 5.9 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 93.3 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение концентрации соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

### ВАРИАНТ 9

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{4x + 2y - 1}$  с граничными значениями  $y(5) = 1$  на интервале от  $x = 5$  до  $x = 7$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 6$  с граничными условиями:  $y(3) = 3.20$ ,  $z(3) = 3.45$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 10$  с граничными условиями:  $y(5) = 2.36$ ,  $z(10) = 78.35$ . Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 17.957 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 2.82 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 32 минут?

## ВАРИАНТ 10

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y^2)$  с граничными значениями  $y(1) = 2$  на интервале от  $x = 1$  до  $x = 8$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 14$  с граничными условиями:  $y(4) = 2.17$ ,  $z(4) = 2.16$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 8$  от  $x = 16$  с граничными условиями:  $y(8) = 1.91$ ,  $z(16) = 535.31$ . Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 23.548 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 5.93 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.3 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 6 минут?

## ВАРИАНТ 11

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y}{x + y}}$  с граничными значениями  $y(5) = 3$  на интервале от  $x = 5$  до  $x = 13$ . Построить график функции.



2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 7$  с граничными условиями:  $y(5) = 2.30$ ,  $z(5) = 3.01$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 5$  с граничными условиями:  $y(2) = 2.92$ ,  $z(5) = 3.59$ . Построить график функции.

4. При комнатной температуре  $20^\circ\text{C}$  в печь поместили заготовку массой  $4.5$  кг и поверхностью  $1.6$  м<sup>2</sup>, после включения температура воздуха в печи равномерно увеличивалась на  $2.1$  градусов в минуту. Плотность материала заготовки  $5363.5$  кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость  $947.6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ . Коэффициент теплопередачи между воздухом и металлом равен  $590 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ . Определить через какое время металл нагреется до температуры  $502$  градусов

## ВАРИАНТ 12

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x+2y)\frac{dy}{dx} = \sqrt{xy}$  с граничными значениями  $y(9) = 3$  на интервале от  $x = 9$  до  $x = 12$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 8$  от  $x = 14$  с граничными условиями:  $y(8) = 4.89$ ,  $z(8) = 4.08$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x+y+z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 11$  с граничными условиями:  $y(4) = 1.38$ ,  $z(11) = 42.65$ . Построить график функции.

4. Сфера диаметром 6.7 см имеющая температуру 110.2 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 66 л, заполненным водой, имеющей температуру 37.2 °С. Плотность материала сферы 4719.1 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 1776.7  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , плотность воды 1000 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 4200  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , коэффициент теплоотдачи равен 352  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ . Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

### ВАРИАНТ 13

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{\sqrt{x}}$  с граничными значениями  $y(4) = 2$  на интервале от  $x = 4$  до  $x = 6$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x+y+z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 11$  с граничными условиями:  $y(3) = 0.36$ ,  $z(3) = 1.42$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 17$  с граничными условиями:  $y(7) = 0.95$ ,  $z(17) = 8.56$ . Построить график функции.

4. Сосуд объемом в 45.97 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 1.20 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения концентрации азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота

#### ВАРИАНТ 14

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\sqrt{4-y^2}dx + y\sqrt{9-x^2}dy = 0$  с граничными значениями  $y(4) = 1$  на интервале от  $x = 4$  до  $x = 9$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z^{2/3} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  до  $x = 13$  с граничными условиями:  $y(6) = 0.17$ ,  $z(6) = 1.71$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  до  $x = 8$  с граничными условиями:  $y(6) = 3.48$ ,  $z(8) = 7.21$ . Построить график функции.

4. При комнатной температуре 20°C в печь поместили заготовку массой 3.3 кг и поверхностью 1.0 м<sup>2</sup>, после включения температура воздуха в печи равномерно увеличивалась на 3.3 градусов в минуту. Плотность материала заготовки 4795.8 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 936.0  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ . Коэффициент теплопередачи между воздухом и металлом равен 510  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$ . Определить через какое время металл нагреется до температуры 752 градусов

#### ВАРИАНТ 15

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x^2 + y^2)\frac{dy}{dx} = 4x$  с граничными значениями  $y(3) = 1$  на интервале от  $x = 3$  до  $x = 13$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z^{2/3} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  от  $x = 9$  с граничными условиями:  $y(6) = 0.30$ ,  $z(6) = 3.49$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 8$  от  $x = 16$  с граничными условиями:  $y(8) = 0.37$ ,  $z(16) = 12.60$ . Построить график функции.

4. В баке находится 153.0 л раствора, содержащего 32.33 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 0.8 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальные уравнения изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 139 минут?

## ВАРИАНТ 16

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = \sin(x + y)$  с граничными значениями  $y(5) = 5$  на интервале от  $x = 5$  до  $x = 7$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 9$  от  $x = 15$  с граничными условиями:  $y(9) = 1.90$ ,  $z(9) = 3.86$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от  $x = 1$  до  $x = 3$  с граничными условиями:  $y(1) = 3.29$ ,  $z(3) = 7.99$ . Построить график функции.

4. Тело массой 7.5 кг и площадью поверхности 2.9 м<sup>2</sup> охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 29.7 °С. Теплоемкость материала 2204.8  $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$ . Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 89.4 °С до 35.6 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 581  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$ .

### ВАРИАНТ 17

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y^2)$  с граничными значениями  $y(7) = 4$  на интервале от  $x = 7$  до  $x = 12$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 8$  до  $x = 16$  с граничными условиями:  $y(8) = 1.42$ ,  $z(8) = 3.56$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  до  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(5) = 4.24$ ,  $z(12) = -6.23$ . Построить график функции.

4. В баке находится 116.6 л раствора, содержащего 56.77 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 1.4 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальное уравнения изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 168 минут?

### ВАРИАНТ 18

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $x^2 + y^2 \frac{dy}{dx} = 1$  с граничными значениями  $y(2) = 5$  на интервале от  $x = 2$  до  $x = 8$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  от  $x = 15$  с граничными условиями:  $y(6) = 1.27$ ,  $z(6) = 5.00$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(3) = 4.64$ ,  $z(12) = 70.23$ . Построить график функции.

4. Тело массой 8.5 кг и площадью поверхности 3.2 м<sup>2</sup> охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 22.5 °С. Теплоемкость материала 2856.4  $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$ . Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 124.9 °С до 31.8 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 352  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$ .

### ВАРИАНТ 19

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x + 2y)\frac{dy}{dx} = y^2$  с граничными значениями  $y(8) = 1$  на интервале от  $x = 8$  до  $x = 17$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 10$  с граничными условиями:  $y(5) = 0.32$ ,  $z(5) = 4.41$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 6$  с граничными условиями:  $y(2) = 2.63$ ,  $z(6) = 7.55$ . Построить график функции.

4. Воронка имеет форму конуса радиуса  $R = 17.2$  см и высотой  $H = 49.2$  см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра  $0.6$  см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальное уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

## ВАРИАНТ 20

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(1+x^2)dy - 2xydx = 0$  с граничными значениями  $y(3) = 5$  на интервале от  $x = 3$  до  $x = 8$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 5$  с граничными условиями:  $y(2) = 4.07$ ,  $z(2) = 3.07$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(3) = 4.11$ ,  $z(12) = 6.13$ . Построить график функции.

4. При комнатной температуре  $20^\circ\text{C}$  в печь поместили заготовку массой  $2.7$  кг и поверхностью  $2.8$  м<sup>2</sup>, после включения температура воздуха в печи равномерно увеличивалась на  $5.0$  градусов в минуту. Плотность материала заготовки  $2026.5$  кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость  $618.4$   $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ . Коэффициент теплопередачи между воздухом и металлом равен  $417$   $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ . Определить через какое время металл нагреется до температуры  $777$  градусов

### ВАРИАНТ 21

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{\sqrt{x}}$  с граничными значениями  $y(9) = 2$  на интервале от  $x = 9$  до  $x = 17$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x-y+z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(3) = 2.04$ ,  $z(3) = 0.42$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 17$  с граничными условиями:  $y(7) = 0.01$ ,  $z(17) = 88647.25$ . Построить график функции.



4. В прямоугольный бак сечением 46.8 см x 35.8 и высотой 38.4 см поступает 1.9 л в секунду. В дне имеется отверстие площадью 1.7см. За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

### ВАРИАНТ 22

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\sqrt{4 - y^2}dx + y\sqrt{9 - x^2}dy = 0$  с граничными значениями  $y(6) = 1$  на интервале от  $x = 6$  до  $x = 10$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 14$  с граничными условиями:  $y(5) = 4.14$ ,  $z(5) = 0.77$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 15$  с граничными условиями:  $y(5) = 4.20$ ,  $z(15) = 34.52$ . Построить график функции.

4. В баке находится 114.6 л раствора, содержащего 47.64 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 0.5 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальное уравнения изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 168 минут?

### ВАРИАНТ 23

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $x\frac{dy}{dx} + y = 0$  с граничными значениями  $y(8) = 2$  на интервале от  $x = 8$  до  $x = 11$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(4) = 1.62$ ,  $z(4) = 4.96$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^{1/3} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 8$  от  $x = 18$  с граничными условиями:  $y(8) = 2.81$ ,  $z(18) = 78.07$ . Построить график функции.

4. В баке находится 93 л раствора, содержащего 17.0 кг соли. В бак втекает 6.4 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 98.9 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение концентрации соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

#### ВАРИАНТ 24

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y^2)$  с граничными значениями  $y(6) = 2$  на интервале от  $x = 6$  до  $x = 10$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(3) = 3.37$ ,  $z(3) = 4.30$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 13$  с граничными условиями:  $y(7) = 3.51$ ,  $z(13) = 16.48$ . Построить график функции.

4. В прямоугольный бак сечением 35.0 см x 53.2 и высотой 121.9 см поступает 1.7 л в секунду. В дне имеется отверстие площадью 3.5 см. За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

### ВАРИАНТ 25

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$  с граничными значениями  $y(3) = 4$  на интервале от  $x = 3$  до  $x = 13$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 7$  с граничными условиями:  $y(3) = 1.27$ ,  $z(3) = 4.91$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x+y+z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(4) = 1.49$ ,  $z(12) = 63.55$ . Построить график функции.

4. Тело массой 9.8 кг и площадью поверхности 2.6 м<sup>2</sup> охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 28.6 °С. Теплоемкость материала  $2644.0 \frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$ . Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 69.4 °С до 36.0 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным  $477 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$ .