

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 ГРУППА 113171**  
**ВАРИАНТ 1**

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $xy \frac{dy}{dx} = 1 - x^2$  с граничными значениями  $y(3) = 4$  на интервале от  $x = 3$  до  $x = 9$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 14$  с граничными условиями:  $y(5) = 4.27$ ,  $z(5) = 1.84$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 9$  с граничными условиями:  $y(4) = 3.07$ ,  $z(9) = 31.46$ . Построить график функции.

4. Тело массой 9.1 кг и площадью поверхности 0.7 м<sup>2</sup> охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 21.1 °С. Теплоемкость материала 2401.4  $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$ . Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 103.4 °С до 27.1 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 416  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$ .

**ВАРИАНТ 2**

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = x + y$  с граничными значениями  $y(5) = 4$  на интервале от  $x = 5$  до  $x = 15$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 1$  от  $x = 10$  с граничными условиями:  $y(1) = 3.07$ ,  $z(1) = 4.28$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^{1/3} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  от  $x = 16$  с граничными условиями:  $y(6) = 1.51$ ,  $z(16) = 21.02$ . Построить график функции.

4. Тело массой 10.0 кг и площадью поверхности 0.9 м<sup>2</sup> охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 23.8 °С. Теплоемкость материала 2570.5  $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$ . Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 119.0 °С до 33.7 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 531  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$ .

### ВАРИАНТ 3

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = 4x$  с граничными значениями  $y(8) = 5$  на интервале от  $x = 8$  до  $x = 11$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 8$  от  $x = 10$  с граничными условиями:  $y(8) = 3.05$ ,  $z(8) = 3.23$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 17$  с граничными условиями:  $y(7) = 1.40$ ,  $z(17) = 48554.76$ . Построить график функции.

4. В баке находится 106.2 л раствора, содержащего 52.72 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 0.5 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальное уравнения изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 127 минут?

#### ВАРИАНТ 4

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = y^{2/3}$  с граничными значениями  $y(4) = 2$  на интервале от  $x = 4$  до  $x = 6$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 8$  с граничными условиями:  $y(2) = 1.75$ ,  $z(2) = 3.80$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 6$  с граничными условиями:  $y(2) = 4.06$ ,  $z(6) = 6.96$ . Построить график функции.

4. Воронка имеет форму конуса радиуса  $R = 17.4$  см и высотой  $H = 44.5$  см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра 0.6 см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальное уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.

#### ВАРИАНТ 5

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{y}{x+y}}$  с граничными значениями  $y(8) = 1$  на интервале от  $x = 8$  до  $x = 14$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 11$  с граничными условиями:  $y(2) = 2.84$ ,  $z(2) = 0.14$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 8$  с граничными условиями:  $y(4) = 1.86$ ,  $z(8) = 1.61$ . Построить график функции.

4. В баке находится 211.5 л раствора, содержащего 37.93 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 1.0 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальные уравнения изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 191 минут?

## ВАРИАНТ 6

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}$  с граничными значениями  $y(1) = 4$  на интервале от  $x = 1$  до  $x = 6$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 9$  от  $x = 18$  с граничными условиями:  $y(9) = 2.01$ ,  $z(9) = 0.94$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  до  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(2) = 0.17$ ,  $z(12) = 25.42$ . Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры:  $\lambda = 25.4 + 0.8T$ . Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 7.1 см при температуре стенки с одной стороны равной 549 К и тепловом потоке 444.5 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

#### ВАРИАНТ 7

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dx}{dy} = y^2 \cos(x)$  с граничными значениями  $y(4) = 1$  на интервале от  $x = 4$  до  $x = 13$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x - y + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  до  $x = 9$  с граничными условиями:  $y(3) = 3.55$ ,  $z(3) = 3.16$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^{1/3} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  до  $x = 8$  с граничными условиями:  $y(2) = 2.03$ ,  $z(8) = 6.26$ . Построить график функции.

4. Сосуд объемом в 39.00 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 0.93 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения концентрации азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота

### ВАРИАНТ 8

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} + 2y = 0$  с граничными значениями  $y(4) = 2$  на интервале от  $x = 4$  до  $x = 7$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  до  $x = 9$  с граничными условиями:  $y(6) = 1.47$ ,  $z(6) = 3.71$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x+y+z) \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x-y+z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  до  $x = 15$  с граничными условиями:  $y(7) = 4.52$ ,  $z(15) = 40.00$ . Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры:  $\lambda = 40.8 + 0.9T$ . Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 11.4 см при температуре стенки с одной стороны равной 526 К и тепловом потоке 445.4 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

### ВАРИАНТ 9

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $x^2 + y^2 \frac{dy}{dx} = 1$  с граничными значениями  $y(7) = 2$  на интервале от  $x = 7$  до  $x = 13$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 8$  от  $x = 16$  с граничными условиями:  $y(8) = 3.14$ ,  $z(8) = 2.52$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 13$  с граничными условиями:  $y(7) = 1.58$ ,  $z(13) = 44.50$ . Построить график функции.

4. Сосуд объемом в 46.91 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 1.28 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения концентрации азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота

## ВАРИАНТ 10

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x^2 + y^2) \frac{dy}{dx} = 4x$  с граничными значениями  $y(6) = 4$  на интервале от  $x = 6$  до  $x = 13$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 11$  с граничными условиями:  $y(5) = 4.16$ ,  $z(5) = 0.04$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 1$  от  $x = 6$  с граничными условиями:  $y(1) = 2.82$ ,  $z(6) = 4.29$ . Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 15.999 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 2.72 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 10 минут?

### ВАРИАНТ 11

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $xy \frac{dy}{dx} = 1 - x^2$  с граничными значениями  $y(8) = 2$  на интервале от  $x = 8$  до  $x = 10$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(2) = 0.45$ ,  $z(2) = 1.96$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 16$  с граничными условиями:  $y(7) = 2.00$ ,  $z(16) = 104.99$ . Построить график функции.



4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры:  $\lambda = 68.9 + 0.8T$ . Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 11.1 см при температуре стенки с одной стороны равной 716 К и тепловом потоке 245.8 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

### ВАРИАНТ 12

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{2x + y + 1}$  с граничными значениями  $y(3) = 5$  на интервале от  $x = 3$  до  $x = 9$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x - y + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 1$  до  $x = 11$  с граничными условиями:  $y(1) = 1.48$ ,  $z(1) = 3.04$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  до  $x = 8$  с граничными условиями:  $y(5) = 4.77$ ,  $z(8) = 2.80$ . Построить график функции.

4. Тело массой 6.9 кг и площадью поверхности 3.0 м<sup>2</sup> охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 26.9 °С. Теплоемкость материала 2018.0  $\frac{\text{Дж}}{\text{кгград}}$ . Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 94.4 °С до 36.1 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 585  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{град}}$ .

### ВАРИАНТ 13

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \frac{y - 3x}{x + 3y}$  с граничными значениями  $y(5) = 4$  на интервале от  $x = 5$  до  $x = 9$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x - y + z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  от  $x = 9$  с граничными условиями:  $y(6) = 1.10$ ,  $z(6) = 2.36$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 9$  от  $x = 14$  с граничными условиями:  $y(9) = 0.36$ ,  $z(14) = 52.54$ . Построить график функции.

4. При комнатной температуре  $20^\circ\text{C}$  в печь поместили заготовку массой  $6.4 \text{ кг}$  и поверхностью  $1.7 \text{ м}^2$ , после включения температура воздуха в печи равномерно увеличивалась на  $2.7$  градусов в минуту. Плотность материала заготовки  $5893.5 \text{ кг/м}^3$ , теплоемкость  $993.0 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ . Коэффициент теплопередачи между воздухом и металлом равен  $614 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ . Определить через какое время металл нагреется до температуры  $736$  градусов

#### ВАРИАНТ 14

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x + 2y)\frac{dy}{dx} = y^2$  с граничными значениями  $y(6) = 5$  на интервале от  $x = 6$  до  $x = 9$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x - y + z} \\ \frac{dz}{dx} = x \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 9$  с граничными условиями:  $y(4) = 4.17$ ,  $z(4) = 1.69$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{y} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 5$  с граничными условиями:  $y(3) = 0.28$ ,  $z(5) = 10.43$ . Построить график функции.

4. Сосуд объемом в 41.13 л содержит воздух (80 % кислорода, 20 % азота). В сосуд втекает 0.80 л азота в секунду, который моментально перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Записать дифференциальное уравнение изменения концентрации азота в сосуде. Построить график изменения концентрации азота по времени. Определить через какое время в сосуде будет 99 % азота

### ВАРИАНТ 15

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x^2+y^2)\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$  с граничными значениями  $y(7) = 5$  на интервале от  $x = 7$  до  $x = 9$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(5) = 0.24$ ,  $z(5) = 4.19$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3+x}{x+3z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 17$  с граничными условиями:  $y(7) = 1.28$ ,  $z(17) = 37.96$ . Построить график функции.

4. Записать дифференциальное уравнение распределения температуры вдоль стенки, материал которой имеет следующую зависимость теплопроводности от температуры:  $\lambda = 63.6 + 0.8T$ . Построить распределение температуры по толщине стенки толщиной 14.5 см при температуре стенки с одной стороны равной 632 К и тепловом потоке 466.9 Вт/м. Определить температуру с другой стороны стенки.

### ВАРИАНТ 16

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $dy = (x^2 - 1)dx$  с граничными значениями  $y(6) = 1$  на интервале от  $x = 6$  до  $x = 8$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z^{2/3} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  до  $x = 9$  с граничными условиями:  $y(4) = 2.70$ ,  $z(4) = 3.75$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x+y+z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 2$  до  $x = 8$  с граничными условиями:  $y(2) = 4.33$ ,  $z(8) = 131.66$ . Построить график функции.

4. В прямоугольный бак сечением 35.7 см x 20.5 и высотой 33.3 см поступает 2.7 л в секунду. В дне имеется отверстие площадью 3.0 см. За какое время наполнится бак? Записать дифференциальное уравнение изменения уровня жидкости (или объема воды в баке) от времени, построить график. Сравнить результат с временем заполнения этого бака без отверстия.

### ВАРИАНТ 17

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} + 2y = 0$  с граничными значениями  $y(2) = 3$  на интервале от  $x = 2$  до  $x = 9$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y} \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 7$  с граничными условиями:  $y(5) = 1.60$ ,  $z(5) = 2.43$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x + y + z) \\ \frac{dz}{dx} = x - 2y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 13$  с граничными условиями:  $y(7) = 2.03$ ,  $z(13) = 38.90$ . Построить график функции.

4. В баке находится 186.6 л раствора, содержащего 50.31 кг соли. В бак непрерывно подается вода (расход воды 1.3 л/мин), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью. Записать дифференциальное уравнения изменения концентрации воды. Построить график зависимости концентрации соли от времени. Определить какое количество соли в баке останется через 185 минут?

### ВАРИАНТ 18

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \cos(x^2 - y)$  с граничными значениями  $y(7) = 3$  на интервале от  $x = 7$  до  $x = 12$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x - 2y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 9$  от  $x = 11$  с граничными условиями:  $y(9) = 0.95$ ,  $z(9) = 3.06$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  от  $x = 13$  с граничными условиями:  $y(6) = 3.43$ ,  $z(13) = 13.44$ . Построить график функции.

4. Сфера диаметром 7.1 см имеющая температуру 81.3 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 97 л, заполненным водой, имеющей температуру 33.9 °С. Плотность материала сферы 3468.5 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 1753.9  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , плотность воды 1000 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 4200  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , коэффициент теплоотдачи равен 462  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ . Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

### ВАРИАНТ 19

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+y}$  с граничными значениями  $y(4) = 3$  на интервале от  $x = 4$  до  $x = 7$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \\ \frac{dz}{dx} = \frac{y}{z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 6$  от  $x = 13$  с граничными условиями:  $y(6) = 3.93$ ,  $z(6) = 1.08$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x-y+z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 7$  с граничными условиями:  $y(5) = 2.47$ ,  $z(7) = 7.70$ . Построить график функции.

4. Сфера диаметром 5.3 см имеющая температуру 65.3 °С для охлаждения была опущена в сосуд объемом 52 л, заполненным водой, имеющей температуру 37.8 °С. Плотность материала сферы 2256.6 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 1785.3  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , плотность воды 1000 кг/м<sup>3</sup>, теплоемкость 4200  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ , коэффициент теплоотдачи равен 314  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ . Записать систему дифференциальных уравнений изменения температуры воды и сферы при условии отсутствия теплообмена с окружающей средой. Построить график зависимости температуры воды и сферы от времени. Определить момент когда разница между температурой воды и сферы 5 °С.

### ВАРИАНТ 20

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x^2 + y^2)\frac{dy}{dx} = x + y$  с граничными значениями  $y(4) = 2$  на интервале от  $x = 4$  до  $x = 11$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \\ \frac{dz}{dx} = z \end{cases}$$

на интервале от  $x = 5$  от  $x = 14$  с граничными условиями:  $y(5) = 2.75$ ,  $z(5) = 4.12$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sin(x - y + z) \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x^2}{\sqrt{yz}} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 3$  от  $x = 6$  с граничными условиями:  $y(3) = 4.89$ ,  $z(6) = 5.50$ . Построить график функции.

4. Тело массой 9.4 кг и площадью поверхности 1.8 м<sup>2</sup> охлаждается в помещении с постоянной температурой воздуха 21.4 °С. Теплоемкость материала 2699.0  $\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ . Записать уравнение описывающее изменение температуры тела во времени (при условии высокой теплопроводности материала тела). Определить за какое время температура тела опустится с 57.6 °С до 27.6 °С при постоянном коэффициенте теплопередачи равным 477  $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ .

### ВАРИАНТ 21

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x + 2y)\frac{dy}{dx} = y^2$  с граничными значениями  $y(6) = 2$  на интервале от  $x = 6$  до  $x = 9$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{y}{z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 9$  до  $x = 18$  с граничными условиями:  $y(9) = 3.98$ ,  $z(9) = 3.86$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^{1/3} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 9$  до  $x = 11$  с граничными условиями:  $y(9) = 2.27$ ,  $z(11) = 5.64$ . Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий 15.801 л воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией 5.43 кг/л. Расход воды равномерно увеличивается на 0.2 л/мин. Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через 29 минут?

### ВАРИАНТ 22

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{1 + y^2} = \frac{dx}{\sqrt{x}}$  с граничными значениями  $y(6) = 1$  на интервале от  $x = 6$  до  $x = 14$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{3 + x}{x + 3z} \\ \frac{dz}{dx} = \frac{x + y}{1 + z} \end{cases}$$



на интервале от  $x = 5$  от  $x = 8$  с граничными условиями:  $y(5) = 2.22$ ,  $z(5) = 4.04$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x - y + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 7$  с граничными условиями:  $y(4) = 0.89$ ,  $z(7) = 10.31$ . Построить график функции.

4. В баке находится 114 л раствора, содержащего 16.0 кг соли. В бак втекает 6.5 л воды в минуту, моментально перемешивается во всем объеме бака а избыток воды переливается в другой 124.2 литровый бак, первоначально заполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Записать систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение концентрации соли в баках, построить зависимости изменения массы соли в баках. Определить когда во втором баке будет максимальная масса соли.

### ВАРИАНТ 23

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\frac{dy}{dx} = y^{2/3}$  с граничными значениями  $y(4) = 3$  на интервале от  $x = 4$  до  $x = 9$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \sqrt{x + y + z} \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 4$  от  $x = 7$  с граничными условиями:  $y(4) = 0.92$ ,  $z(4) = 2.81$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x \\ \frac{dz}{dx} = \sqrt{x + y + z} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 12$  с граничными условиями:  $y(7) = 4.05$ ,  $z(12) = 37.03$ . Построить график функции.

4. При комнатной температуре  $20^{\circ}\text{C}$  в печь поместили заготовку массой  $3.6 \text{ кг}$  и поверхностью  $3.0 \text{ м}^2$ , после включения температура воздуха в печи равномерно увеличивалась на  $2.7$  градусов в минуту. Плотность материала заготовки  $4088.0 \text{ кг/м}^3$ , теплоемкость  $796.1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{град}}$ . Коэффициент теплопередачи между воздухом и металлом равен  $530 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot\text{град}}$ . Определить через какое время металл нагреется до температуры  $731$  градусов

#### ВАРИАНТ 24

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $\sqrt{4-y^2}dx + y\sqrt{9-x^2}dy = 0$  с граничными значениями  $y(9) = 1$  на интервале от  $x = 9$  до  $x = 11$ . Построить график функции.
2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z \\ \frac{dz}{dx} = \sin(x + y + z) \end{cases}$$

на интервале от  $x = 8$  от  $x = 18$  с граничными условиями:  $y(8) = 1.47$ ,  $z(8) = 3.81$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = x^{1/3} \end{cases}$$

на интервале от  $x = 8$  от  $x = 10$  с граничными условиями:  $y(8) = 2.84$ ,  $z(10) = 9.10$ . Построить график функции.

4. В сосуд, содержащий  $22.210 \text{ л}$  воды, открытием задвижки (в начальный момент задвижка закрыта) начинают подавать раствор соли концентрацией  $2.48 \text{ кг/л}$ . Расход воды равномерно увеличивается на  $0.2 \text{ л/мин}$ . Поступающий в сосуд раствор моментально равномерно перемешивается с водой, и смесь вытекает с той же скоростью. Составить дифференциальное уравнение изменения массы соли в сосуде. Построить график изменения массы соли во времени. Сколько соли будет в сосуде через  $8$  минут?

#### ВАРИАНТ 25

1. Решить численно дифференциальное уравнение  $(x^2+y^2)\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$  с граничными значениями  $y(9) = 1$  на интервале от  $x = 9$  до  $x = 18$ . Построить график функции.

2. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z^{2/3} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 7$  от  $x = 9$  с граничными условиями:  $y(7) = 0.80$ ,  $z(7) = 0.60$ . Построить график функции.

3. Решить численно систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{1+z} \\ \frac{dz}{dx} = y \end{cases}$$

на интервале от  $x = 1$  от  $x = 6$  с граничными условиями:  $y(1) = 2.23$ ,  $z(6) = 23.09$ . Построить график функции.

4. Воронка имеет форму конуса радиуса  $R = 24.3$  см и высотой  $H = 41.5$  см, обращенного вершиной вниз. За какое время вытечет вся вода из конуса через круглое отверстие диаметра  $0.7$  см, сделанное в вершине конуса. Записать дифференциальное уравнения изменения уровня жидкости (или объема) от времени и построить графики.